

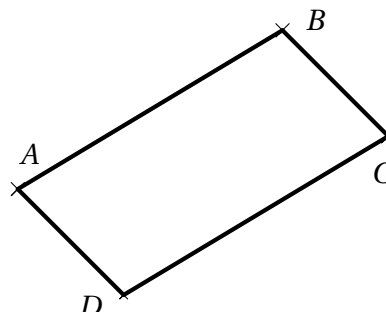
❁ Chapitre 15 ❁

Les parallélogrammes

I. Aspect graphique

❁ **Définition 1:**

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



⚠ **Remarque :**

ABCD est un parallélogramme, mais ABDC n'en est pas un. Attention à l'ordre des lettres.

II. Construction d'un parallélogramme

💡 **Méthode 1 :** Avec une règle et une équerre

<p>On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.</p>	<p>On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.</p>	<p>On place l'équerre comme si on voulait tracer la perpendiculaire à (AB) puis on place la règle</p>	<p>La règle reste parfaitement immobile. On fait glisser l'équerre le long de celle-ci jusqu'à ce qu'on atteigne le point C.</p>
<p>On trace le côté parallèle à (AB), que l'on peut prolonger à l'aide de la règle.</p>	<p>On place la règle et l'équerre pour tracer le côté parallèle à (BC) et...</p>	<p>...on trace ce côté.</p>	<p>On nomme D le point d'intersection des deux parallèles qu'on vient de tracer</p>

💡 **Méthode 2 :** Avec une règle et un compas

<p>On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.</p>	<p>On trace le côté [BC] du parallélogramme ABCD. Attention : il faut imaginer dans sa tête à quel endroit le point D se placera.</p>	<p>On prend l'écartement [BC] avec le compas et ...</p>	<p>...on le reporte en A.</p>
<p>On prend l'écartement [AB] avec le compas et ...</p>	<p>...on le reporte en C.</p>	<p>On nomme D le point d'intersection des deux arcs qu'on vient de tracer</p>	

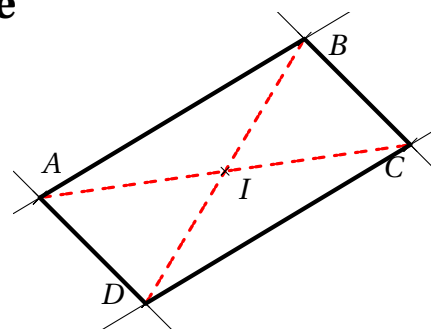
III. Caractérisation d'un parallélogramme

Propriété 1 :

↳ Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

Propriété 2 :

↳ Les diagonales se coupent en leur milieu.

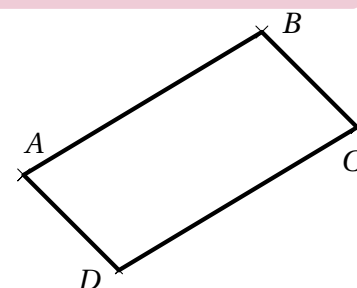


Propriété 3 : Centre de symétrie

↳ Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point I d'intersection de ses diagonales.

Propriété 4 :

↳ Les angles opposés ont la même mesure.



Remarque :

Les rectangles, les losanges et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.

IV. Reconnaître un parallélogramme

Méthode 3 : La démonstration

Il faut savoir les reconnaître, mais aussi savoir justifier pourquoi ce sont bien des parallélogrammes. Il est important de donner les bons arguments en s'appuyant sur les informations dont on est sûr : données de l'énoncé, codages sur le dessin ou éléments prouvés avant...

En résumé :

$ABCD$ est un quadrilatère non croisé.

- Si $ABCD$ a ses côtés opposés parallèles 2 à 2, alors c'est un parallélogramme.
- Si $ABCD$ a ses côtés opposés égaux 2 à 2, alors c'est un parallélogramme.
- Si $ABCD$ a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- Si $ABCD$ a DEUX côtés opposés parallèles et égaux, alors c'est un parallélogramme.

V. La démonstration en mathématiques

On note **les hypothèses** : ce qui est dit dans l'énoncé.

On rédige la démonstration :

- On démarre des hypothèses
- On justifie rapidement les déductions simples

Pour les déductions importantes, on utilise le plan :

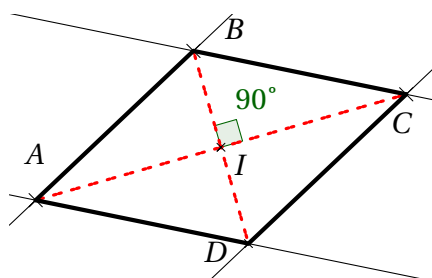
- **Je sais que** : noter les hypothèses nécessaires à la propriété
- **J'utilise la propriété** : citer la propriété
- **Je conclus que** : conclure

Exemple 1:

\mathcal{C} et \mathcal{C}' sont deux cercles de centre O .

$[DM]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} et $[EI]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C}' .

1. Faire une figure.
2. Démontrer que $DEMI$ est un parallélogramme.

**VI. Parallélogrammes particuliers****Définition 2:**

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

Propriété 5 :

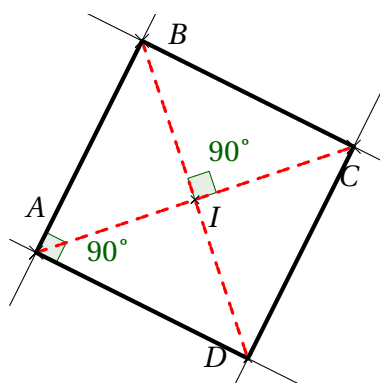
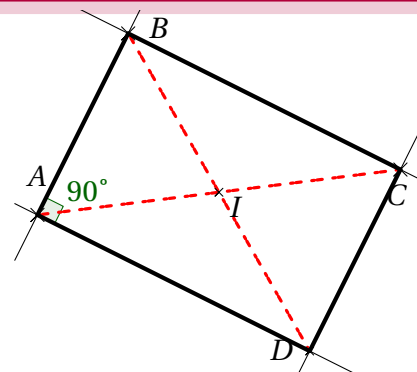
Un losange est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.

Définition 3:

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Propriété 6 :

Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.

**Définition 4:**

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Propriété 7 :

Un carré est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires.