❄ Chapitre 14 ❄

Multiplication et division de fraction

I. Rappel : Égalité de quotients

1. Simplification de quotient

Règle 1:

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Pour tous nombres a, b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \qquad \text{et} \qquad \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

Exemple 1:

Simplifier le quotient $\frac{42}{-140}$

Exemple 2:

Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{-1,2}{6} = \frac{\ldots}{18}$

2. Réduction de quotients au même dénominateur

Exemple 3:

Réduis les quotients $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur.

Exemple 4:

Compare les quotients $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$.

3. Produit en croix

Propriété 1 :

Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.

Réciproquement : si les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors ces deux nombres sont égaux.

Remarque :

Pour démontrer que deux nombres en écriture fractionnaire ne sont pas égaux, il suffit de démontrer que leurs produits en croix ne sont pas égaux.

II. Rappel : Addition ou soustraction

Règle 2:

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

Remarque :

Si les nombres en écriture fractionnaire n'ont pas le même dénominateur, il faut les réduire au même dénominateur.

Exemple 5:

Calcule l'expression suivante $A=-1+\frac{13}{20}-\frac{1}{10}$.

III. Multiplication

Règle 3:

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple 6:

Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

IV. Division de deux quotients

1. Inverse d'un nombre non nul

Définition 1:

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriété 2 :

Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$

Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un nombre inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

Remarque :

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.

Exemple 7:

Quels sont les inverses des nombres 3 et $\frac{-3}{7}$?

2. Diviser des quotients

Règle 4:

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple 8:

Calcule $C = \dfrac{-8}{7} \div \dfrac{5}{-3}$

Exemple 9:

Calcule $D = \dfrac{\frac{-32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$ et donne le résultat en le simplifiant le plus possible.