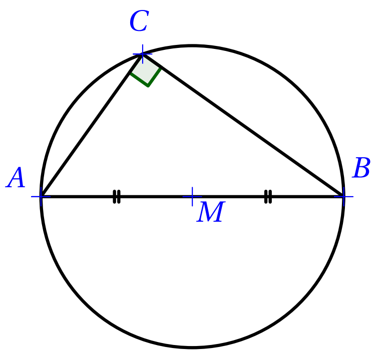
❉ Chapitre 5 ❉

Triangle rectangle et cercle circonscrit

I. Pour démontrer qu'un point est sur un cercle

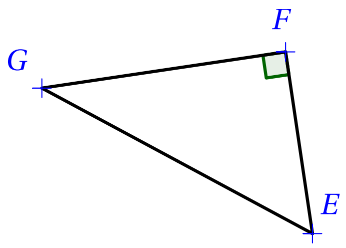
Propriété 1 :
Si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.



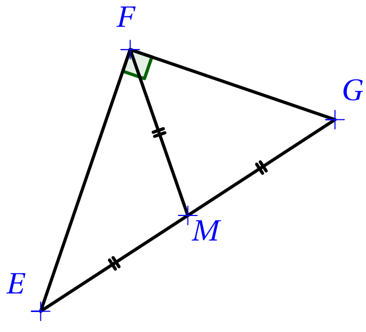
Remarque :
Une autre manière d'énoncer ce théorème : « Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le milieu de l'hypoténuse. »

Exemple 1:
Soit EFG un triangle rectangle en F.

Démontre que le point F appartient au cercle de diamètre $[EG]$.



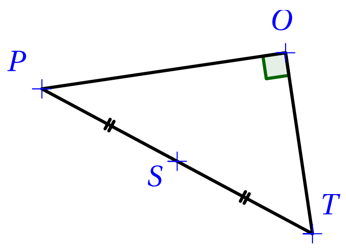
II. Longueur de la médiane



Propriété 2 :
Si un triangle est rectangle alors la médiane issue du sommet de l'angle droit a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Exemple 2:
Le triangle POT est un triangle rectangle en O tel que $TP = 8\text{cm}$.
Le point S est le milieu du segment $[TP]$.

Quelle est la longueur du segment $[SO]$?



III. Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

Propriété 3 :
Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors il est rectangle et admet ce diamètre pour hypoténuse.

Exemple 3:
Trace le cercle de diamètre $[SR]$ tel que $SR = 7$cm puis place sur ce cercle un point H tel que $RH = 4$cm.

Démontre que le triangle RHS est rectangle en H.

Propriété 4 :
Si, dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté alors ce triangle est rectangle et admet ce côté pour hypoténuse.

Exemple 4:
MON est un triangle, U est le milieu de $[MN]$ et on a : $MN = 8$cm ; $OU = 4$ cm.

Démontre que le triangle MON est rectangle en O.