

❄️ **Chapitre 10** ❄️

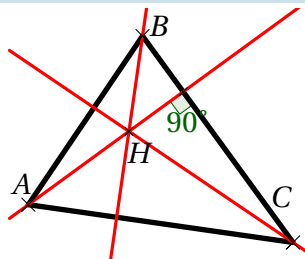
Configurations du plan ... et de l'espace

I. Droites remarquables d'un triangle

❄️ **Définition 1:**

| La **hauteur** issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire au côté opposé (BC).

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé **l'orthocentre** du triangle.



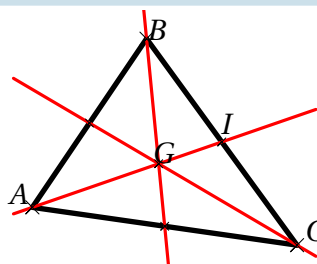
❄️ **Définition 2:**

| La **médiane** issue du sommet A est la droite passant par A et par le milieu I du côté opposé $[BC]$.

Les trois médianes sont concourantes en un point G qui est le **centre de gravité** du triangle.

⚠️ **Remarque :**

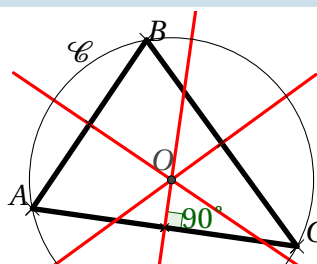
G se trouve aux deux tiers de la médiane $[AI]$ en partant de A : $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AI}$.



❄️ **Définition 3:**

| La **médiatrice** du segment $[AB]$ est la droite coupant ce segment perpendiculairement en son milieu.

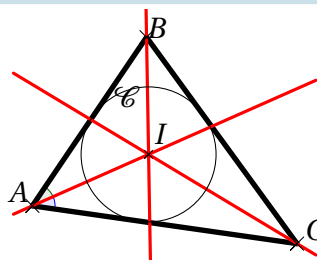
C'est aussi l'ensemble des points du plan équidistants de A et de B .
Les trois médiatrices sont concourantes en un point O qui est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.



❄️ **Définition 4:**

| La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles égaux.

Les trois bissectrices sont concourantes en un point I qui est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle.

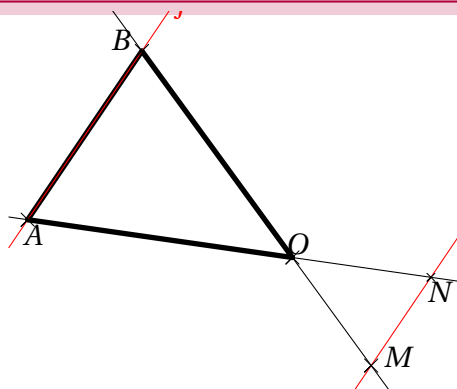
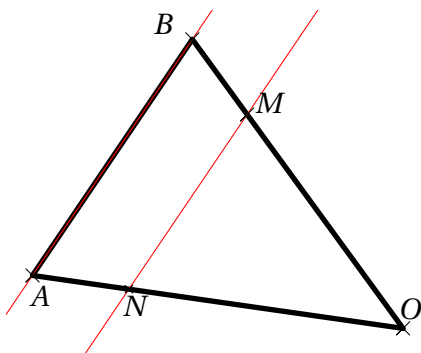


II. Grands théorèmes

Propriété 1 : Théorème de Thalès

O, A, B sont trois points du plan, M et N appartiennent respectivement aux droites (OA) et (OB) .

- Si les droites (AB) et (MN) sont parallèles alors $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$.
- Si $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON}$ et si les points O, A, M et O, B, N sont alignés dans le même ordre alors les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



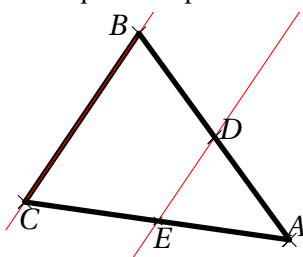
Propriété 2 : Théorème des milieux

On se place dans un triangle quelconque.

- La droite passant par les milieux de deux des côtés est parallèle au troisième côté
- Si une droite passe par le milieu d'un premier côté et est parallèle au second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Remarque :

Le théorème des milieux n'est qu'un cas particulier du théorème de Thalès

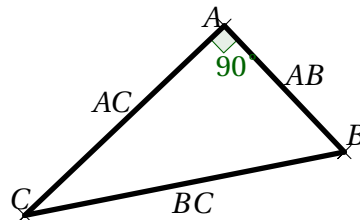


On a : D milieu de $[AB]$
 E milieu de $[AC]$

alors : (DE) est parallèle à (BC)
 et $DE = \frac{1}{2}BC$

Propriété 3 : Théorème de Pythagore

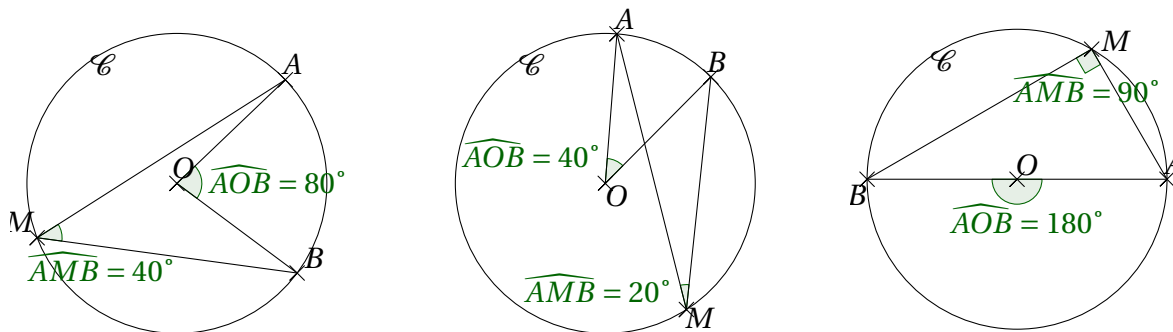
Soient A, B et C trois points du plan, le triangle ABC est rectangle en A équivaut à dire que $AC^2 + AB^2 = BC^2$.



Propriété 4 :

Soient A et B deux points d'un cercle de centre O .

Pour tout point M de ce cercle, la mesure de l'angle géométrique \widehat{AMB} est égale à la moitié de celle de l'angle au centre \widehat{AOB} .



Conséquences :

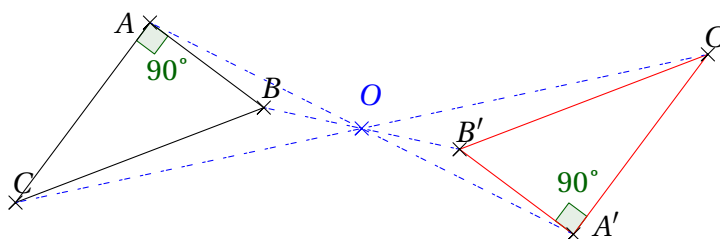
- si M et N sont deux points du cercle de centre O alors $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$,
- Si le triangle ABC est rectangle en A alors il est inscrit dans le cercle de diamètre $[BC]$
- Si le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$ alors il est rectangle en A .

III. Transformations

❄ Définition 5:

M' est l'image du point M par la **symétrie de centre** O signifie que O est le milieu de $[MM']$.

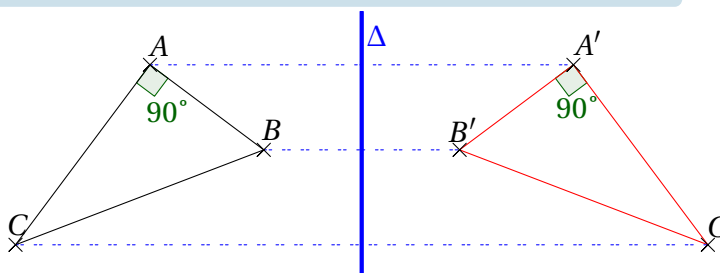
La symétrie centrale conserve les longueurs, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques et orientés, les formes et les figures.



❄ Définition 6:

M' est l'image du point M par la **symétrie d'axe** Δ signifie que la droite Δ est la médiatrice du segment $[MM']$.

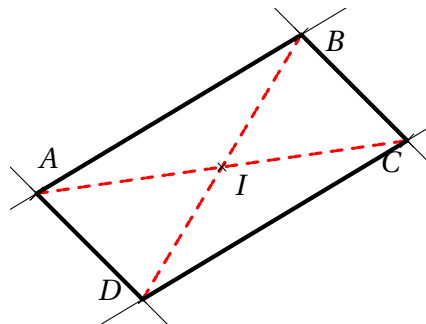
La symétrie axiale conserve les longueurs, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques, les formes et les figures. Par contre, elle inverse les angles orientés.



IV. Propriétés des quadrilatères

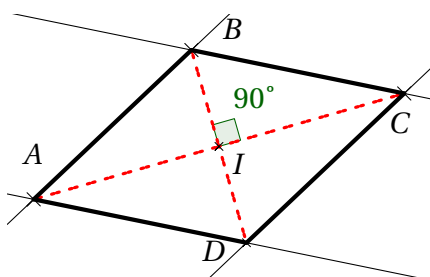
Définition 7:

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Propriété 5 :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.



Définition 8:

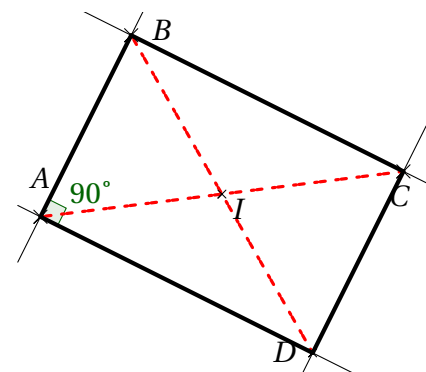
Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

Propriété 6 :

Un losange est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.

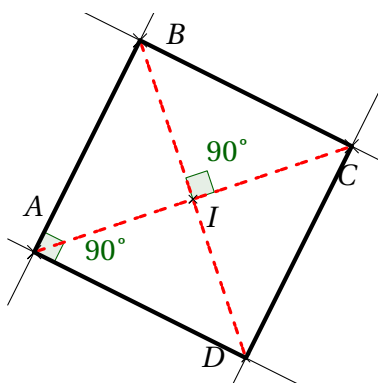
Définition 9:

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



Propriété 7 :

Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.



Définition 10:

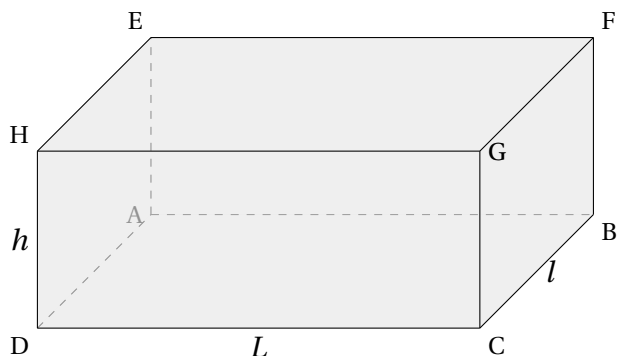
Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Propriété 8 :

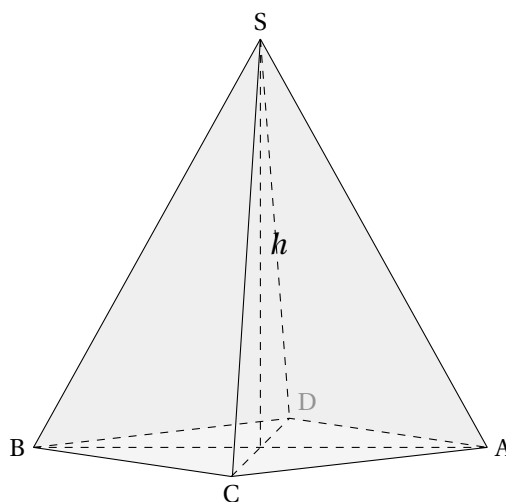
Un carré est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires.

V. Volume usuel de l'espace

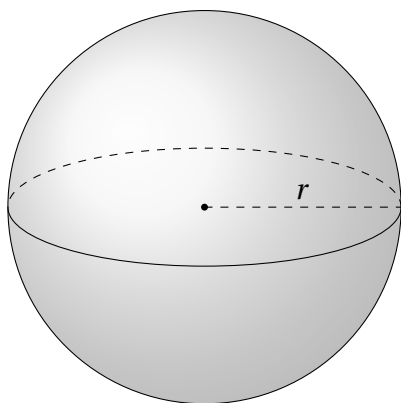
Parallélépipède rectangle : $V = L \times l \times h.$



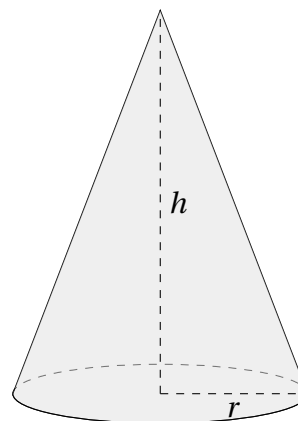
Pyramide : $V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}.$



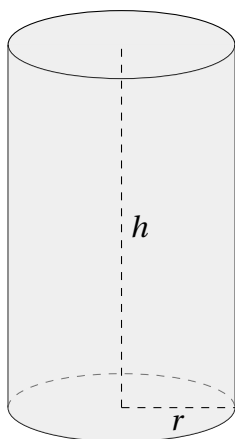
Sphère : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$



Cône de révolution : $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}.$



Cylindre de révolution : $V = \pi \times r^2 \times h.$



Cube : $c^3.$

