

❄ Chapitre 11 ❄

# Étude qualitative de fonctions

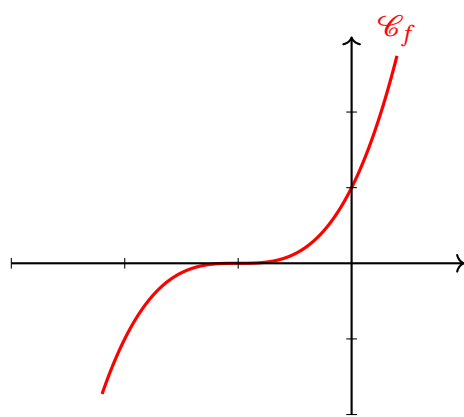
**Objectif du chapitre :**

- Déterminer, à partir de la courbe représentative, le sens de variation de la fonction et le tableau de variation de la fonction.
- A partir du tableaux de variation, comparer deux images par une fonction et déterminer les extremums d'une fonction.

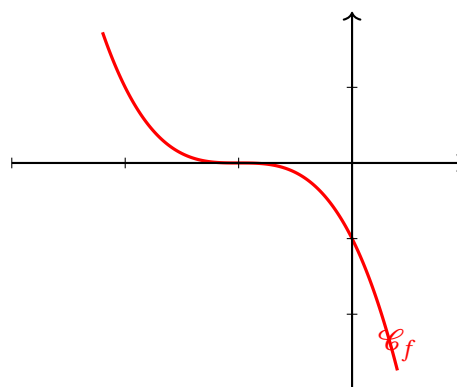
## I. Sens de variation

❄ **Définition 1:**

- On dit que la fonction  $f$  est **croissante** sur un intervalle  $I$  si quels que soient les réels  $a$  et  $b$  dans  $I$  tels que  $a \leq b$ , on a  $f(a) \leq f(b)$ .  
Autrement dit, les images de  $a$  et de  $b$  sont rangées dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .
- On dit que la fonction  $f$  est **décroissante** sur un intervalle  $I$  si quels que soient les réels  $a$  et  $b$  dans  $I$  tels que  $a \leq b$ , on a  $f(a) \geq f(b)$ .  
Autrement dit, les images de  $a$  et de  $b$  sont rangées dans l'ordre inverse de  $a$  et  $b$ .



fonction croissante



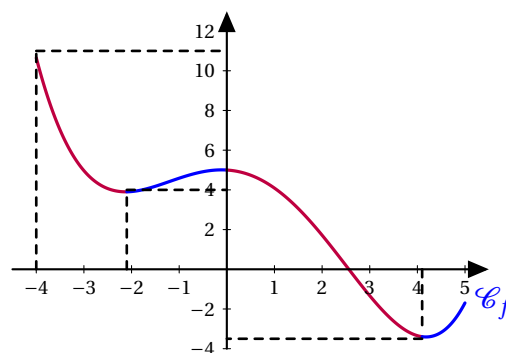
fonction décroissante

Donner les variations d'une fonction signifie préciser sur quels intervalles la fonction est croissante, puis sur quels intervalles la fonction est décroissante.

🍃 **Exemple 1:**

Dans cet exemple, on se contente de décrire graphiquement ce que l'on observe sans rien démontrer formellement.

- Graphiquement, cette fonction semble **décroissante** sur  $[-4; -2, 1]$ , **croissante** sur  $[-2, 1; 0]$ , **décroissante** sur  $[0; 4, 1]$ , **puis croissante**  $[4, 1; 5]$ .
- Ou encore :  $f$  semble croissante sur  $[-2, 1; 0]$  et sur  $[4, 1; 5]$ , décroissante sur  $[-4; -2, 1]$  et sur  $[0; 4, 1]$ .



## II. Tableau de variation

Le **tableau de variation** d'une fonction est un tableau synthétique regroupant les informations concernant les variations de la fonction.

### Exemple 2:

Le tableau de variation de la fonction  $f$  est :

$x$	-4	-2.1	0	4.1	5
$f$	11	4	5	-3.7	-2

Diagramme de variation : Des flèches indiquent que la fonction décroît de 11 à 4 entre  $x = -4$  et  $x = -2.1$ , croît de 4 à 5 entre  $x = -2.1$  et  $x = 0$ , décroît de 5 à -3.7 entre  $x = 0$  et  $x = 4.1$ , et croît de -3.7 à -2 entre  $x = 4.1$  et  $x = 5$ .

## III. Extremum

### Définition 2:

On dit que la fonction  $f$  admet un **minimum**  $m$  sur un intervalle  $I$ , atteint en  $x_0$  si, quel que soit le réel  $x$  dans  $I$ , on a  $f(x) \geq f(x_0) = m$ .

### Définition 3:

On dit que la fonction  $f$  admet un **maximum**  $M$  sur un intervalle  $I$ , atteint en  $x_0$  si, quel que soit le réel  $x$  dans  $I$ , on a  $f(x) \leq f(x_0) = M$ .

### Exemple 3:

- Le maximum de  $f$  sur  $[-4; 5]$  est  $M = 11$ , atteint pour  $x = -4$ .
- Le minimum de  $f$  sur  $[-4; 5]$  est  $m = -3,5$ , atteint pour  $x = 4,1$ .

### Remarque :

La valeur d'un extremum dépend de l'intervalle!

Par exemple, le maximum de  $f$  sur  $[-2; 4]$  est  $M = 5$ , atteint pour  $x = 0$ .

## IV. Tableau de signes

On réunit au sein d'un tableau appelé **tableau de signes** les informations concernant le signe de la fonction  $f$ , c'est à dire sa position par rapport à l'axe des abscisses

### Exemple 4:

Le tableau de signe de la fonction  $f$  est :

$x$	-4	2.5	5
$f(x)$	+	0	-