

❄ Chapitre 24 ❄

# Algorithmique

## I. Quelques rappels

### 1. Qu'est-ce qu'un algorithme ?

❄ **Définition 1:**

Un algorithme est un enchaînement d'étapes ou d'instructions à effectuer dans un certain ordre et dont la réalisation va permettre la résolution d'un problème donné.

Le mot algorithme vient du nom du mathématicien persan al-Khuwārizmī (début du IX<sup>e</sup> siècle). Dans un livre, il décrivait des procédés de calcul à suivre étape par étape pour résoudre des problèmes ramenés à des équations.

Un algorithme doit être lisible par tous. On l'écrit en langage courant.

Un des intérêts est de pouvoir coder un algorithme dans un langage informatique afin qu'une machine ( ordinateur, calculatrice ...) puisse l'exécuter rapidement et efficacement.

### 2. Qu'est-ce qui constitue un algorithme ?

- Un début et une fin* Les algorithmes sont constitués d'un nombre fini d'étapes à exécuter dans un ordre bien défini, on peut donc considérer qu'il y a un début et une fin.
- Des instructions* Durant l'enchaînement des étapes, ces étapes vont agir. On va les appeler des instructions.
- Des variables* Durant l'exécution d'un algorithme, on va avoir besoin de stocker des données, voire des résultats. Pour cela on utilise ce qu'on appelle des « variables ». Le contenu d'une variable peut être modifié au cours du déroulement de l'algorithme.

### 3. Comment analyser un algorithme ?

Analyser ce que fait un algorithme revient à construire un « tableau d'étapes ».

❄ **Définition 2:**

Un tableau d'étapes contient en première ligne (ou colonne) toutes les variables et dans les lignes (ou colonnes) suivantes toutes les étapes d'exécution (dans l'ordre) des instructions de l'algorithme.

🍃 **Exemple 1:**

On donne l'algorithme suivant où  $A$  et  $B$  désignent deux nombres réels :

- Calculer  $A + 2B$  et remplacer  $B$  par le résultat obtenu (on notera  $B \leftarrow A + 2B$ )
- Calculer  $B - A$  et remplacer  $A$  par le résultat obtenu (on notera  $A \leftarrow B - A$ )

1. Quelles sont les variables ?
2. Faire fonctionner cet algorithme avec  $A = 8$  et  $B = 5$ , en remplissant le tableau suivant :

	Contenu de A	Contenu de B
Entrée	8	5
Étape 1		
Étape 2		

3. Essayer avec d'autres valeurs du couple  $(A, B)$ .

	Contenu de A	Contenu de B
Entrée		
Étape 1		
Étape 2		

4. Quelle valeur est contenue dans  $A$  à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Justifier.

## II. Découvrir l'affectation

L'affectation consiste à attribuer une valeur à une variable.

En langage courant, on écrit : Affecter à *variable* la valeur *valeur* ou *calcul*.

Par exemple : Affecter à  $A$  la valeur 5.

On utilisera la notation suivante par la suite :  $A \leftarrow 5$ .

### Exercice 1 :

On considère l'algorithme suivant où  $A$  désigne un nombre entier relatif :

ligne 1	$B \leftarrow 5$
ligne 2	$C \leftarrow A \times B$
ligne 3	$A \leftarrow C + 4$

- Quelle est la valeur de  $C$  à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque  $A = 3$ ?
  - Même question lorsque  $A = 10$ .
- Quelle est la valeur de  $A$  à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque  $A = 8$ ?
  - Même question lorsque  $A = -7$ .
- Quelle valeur faut-il saisir au départ pour obtenir  $A = 59$  en sortie à la fin de l'exécution de l'algorithme?

### Exercice 2 :

Un commerçant accorde une remise sur des articles. On souhaite connaître le montant de la remise en euros.

Voici un algorithme donnant la solution au problème :

$A$  désigne le prix de départ et  $P$  la pourcentage de remise.

ligne 1	$R \leftarrow A \times \frac{P}{100}$
---------	---------------------------------------

- Quelle est la valeur de  $R$  à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque  $A = 56$  et  $P = 30$ ?
  - Donner une interprétation concrète du résultat précédent.
- Même question avec  $A = 13$  et  $P = 45$ .
- Compléter l'algorithme pour déterminer également le prix à payer  $B$ .
- Quelles sont les valeurs de  $R$  et  $B$  à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque  $A = 159$  et  $P = 24$ ?
  - Donner une interprétation concrète des résultats précédents.

### Exercice 3 :

On considère l'algorithme suivant où  $x$  désigne un nombre réel :

ligne 1	$a \leftarrow x^2 + 1$
ligne 2	$b \leftarrow 2a - 3$

Faire fonctionner l'algorithme en complétant le tableau qui suit.

Valeur de $x$ avant l'exécution de l'algorithme	3	4	7	10	20
Valeur de $a$ après l'exécution de l'algorithme					
Valeur de $b$ après l'exécution de l'algorithme					

### Exercice 4 :

On considère l'algorithme suivant :

ligne 1	$x \leftarrow 2$
ligne 2	$a \leftarrow x - 1$
ligne 3	$b \leftarrow 2a$
ligne 4	$c \leftarrow \frac{b}{2}$
ligne 5	$d \leftarrow c + 2$

- Quelle est la valeur de  $d$  à la fin de l'exécution de l'algorithme?
- Même question dans les cas suivants : on modifie la ligne 1 et on affecte à  $x$  les valeurs  $-4$ ;  $0$ ;  $5$ ;  $10$  et  $11$ .
  - Que constate-t-on? Démontrer ce résultat.

### Exercice 5 :

Rédiger un algorithme utilisant au moins 3 variables et dont le résultat est le triple du nombre saisi au départ.

### III. Programmer l'affectation

Syntaxe des instructions utiles dans cette fiche :

Langage naturel	Python
Affecter à A la valeur 5	A = 5
Saisir x	def nom_fonction(x) Dans la console, on écrira : nom_fonction(...)
Afficher A	return A si une fonction a été définie comme ci-dessus
Afficher A	print(A)

\*\* permet d'écrire en exposant. Par exemple, pour  $x^2$ , on écrit  $x**2$ .

**Exercice 1 :**

On considère l'algorithme suivant où A désigne un nombre réel :

ligne 1	$A \leftarrow 2$
ligne 2	$B \leftarrow 2 \times A$
ligne 3	$C \leftarrow B^2$

Cet algorithme peut se traduire en langage de programmation Python :

```

1 A = 2
2 B = 2*A
3 C = B**2
4 print(C)
    
```

1. Quelle valeur de C obtient-on à la fin de l'exécution de l'algorithme ?  
Vérifier en saisissant le programme sur Python.
2. Modifier le programme en affectant à A la valeur 4 et en affichant également la valeur de B en sortie.  
Tester le programme et noter les valeurs obtenues en sortie.
3. Modifier la première ligne du programme pour obtenir C = 25 en sortie.

**Exercice 2 :**

1. Programmer avec Python chacun des algorithmes suivants. On recopiera les programmes saisis sur la copie.

ligne 1	$A \leftarrow 7$
ligne 2	$B \leftarrow 6 \times A$
ligne 3	$C \leftarrow A + B$
ligne 4	$D \leftarrow B - C$
ligne 5	Afficher D

ligne 1	$M \leftarrow 2$
ligne 2	$N \leftarrow 4$
ligne 3	$A \leftarrow M \times N$
ligne 4	$B \leftarrow M + N$
ligne 5	$C \leftarrow A/B$
ligne 6	Afficher C

ligne 1	$A \leftarrow -1$
ligne 2	$B \leftarrow 6$
ligne 3	$C \leftarrow B^A$
ligne 4	$D \leftarrow C^A$
ligne 5	Afficher C
ligne 6	Afficher D

2. Quelle(s) valeur(s) obtient-on en sortie pour chaque programme ?

**Exercice 3 :**

1. a. Saisir et exécuter le programme Python ci-dessous.

```

1 def equation(x):
2     f = x**2-5
3     g = -3*x**2+8*x+7
4     return f,g
    
```

- b. Depuis la console, saisir `equation(0)`. Qu'obtient-on en sortie ?
  - c. Donner une interprétation des résultats obtenus en sortie.
2. À l'aide du programme, calculer les images de  $f(x) = x^2 - 5$  et  $g(x) = -3x^2 + 8x + 7$  pour toutes les valeurs entières de x de 1 à 10.