❄ Chapitre 16 ❄

Encodage des nombres décimaux

I. Notation binaire des décimaux

1. Écriture de position

Comme la notation décimale, la notation binaire permet aussi de représenter les nombres à virgule.

- **En notation décimale**, les chiffres de gauche représentent les unités, les dizaines et ainsi de soute et ceux à droite de la virgule, les dixièmes, les centièmes, etc ...

1 2 3 4 , 5 6 7

un millier	....	....	....	....	....	....
1×10^3	....	....	....	....	....	....

- **En notation binaire**, les chiffres de droites représentent des demis, des quarts, des huitièmes, etc ...

1 1 0 1 , 0 1 1

huit	....	....	....	....	....	....
1×2^3	....	....	....	....	....	....

Exemple 1:

Trouvons les nombres dont la représentation en binaire est :

1. $1001,1011$ ....
2. $10101,011101$ ....

2. De l'écriture décimale à la notation binaire

Exemple 2:

Conversion de $12,6875$ en binaire

- Conversion de 12 donne $(1100)_2$
- On effectue successivement des multiplications par 2 de la partie décimale, on conserve les parties entières :

0,6875	×2	=1,375	1 +	0,375
0,375	×2	=0,75	0 +	0,75
0,75	×2	=1,5	1 +	0,5
0,5	×2	=1,0	1 +	0

  Donc la conversion de $0,6875$ en binaire est $(0,1011)_2$.
- La représentation de $12,6875$ en binaire est $(1100,1011)_2$

Exemple 3:

Convertissons les nombres suivant en binaire :

1. $7,09375$ ....
2. $13,325$ ....

II. Représentation des décimaux

1. Notation scientifique

- **En notation décimale**, elle consiste à exprimer le nombre sous la forme $\pm a \times 10^n$ ou $\pm$ est appelé signe, a est un nombre décimal de l'intervalle $[1;10[$ appelé mantisse (ou significande) et n est un entier relatif appelé exposant.

  $-105,745 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ $0,0745 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- **En notation binaire**, tout nombre s'exprime sous la forme $\pm m \times 2^p$ ou $\pm$ est appelé signe, m est un nombre décimal de l'intervalle $[(1)_2;(10)_2[$ appelé mantisse et p est un entier relatif appelé exposant.

  $1011,0111101 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ $-0,0000001101 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

2. Représentation des nombres à virgule en binaire sur n bits

Méthode 1 :

On utilise la notation scientifique en binaire $\pm\ m \times 2^p$.
Pour une représentation sur 32 bits,

- le bit de poids fort (à gauche) donne le signe de 0 pour positif et 1 pour négatif.
- les 8 bits suivants pour l'exposant, on représente l'entier relatif p par $p + 127$ (avec $p < 128$).
- les 23 bits suivants pour partie après la virgule de la mantisse.

Exemple 4:

La représentation en binaire sur 32 bits de 1011,0111101 est :

et celle de −0,0000001101 est :

Exemple 5:

Trouvons les nombres décimaux représentés par :

110100011010010011110000011100000 $\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

001000001111010011100101011000000 $\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Par convention :

- Il y a deux zéro, un positif et un négatif : $\pm$ 00000000 000000000000000000000
- L'infini est codé par : $\pm$ 11111111 000000000000000000000
- NaN : not a Number : $\pm$ 11111111 010000000000000000000

Exercice 1

1. Comment est représenté l'entier 7 ? et le nombre à virgule 7,0 ?
2. Sur 32 bits, quel est le plus grand nombre possible ? le plus petit ? le plus petit positif ?
3. Sur un représentation sur 64 bits (1 pour le signe, 11 pour l'exposant ($n + 1023$) et 52 pour la mantisse)
   a. Comment est représenté le nombre 2^{-1022} (environ $2.225\dots \times 10^{-308}$)
   b. A combien de décimales environ correspondent 52 chiffres binaires après la virgule ?