

✧ Chapitre 16 ✧

# Encodage des nombres décimaux

## I. Notation binaire des décimaux

### 1. Écriture de position

Comme la notation décimale, la notation binaire permet aussi de représenter les nombres à virgule.

- **En notation décimale**, les chiffres de gauche représentent les unités, les dizaines et ainsi de suite et ceux à droite de la virgule, les dixièmes, les centièmes, etc ...

1 2 3 4 , 5 6 7

un millier .....  
.....

$1 \times 10^3$  .....  
.....

- **En notation binaire**, les chiffres de droites représentent des demis, des quarts, des huitièmes, etc ...

1 1 0 1 , 0 1 1

huit .....  
.....

$1 \times 2^3$  .....  
.....

**Exemple 1:**

Trouvons les nombres dont la représentation en binaire est :

1. 1001,1011 .....      2. 10101,011101 .....

### 2. De l'écriture décimale à la notation binaire

**Exemple 2:**

Conversion de 12,6875 en binaire

- Conversion de 12 donne  $(1100)_2$
- On effectue successivement des multiplications par 2 de la partie décimale, on conserve les parties entières :

0,6875	×2	=1,375	1 +	0,375
0,375	×2	=0,75	0 +	0,75
0,75	×2	=1,5	1 +	0,5
0,5	×2	=1,0	1 +	0

Donc la conversion de 0,6875 en binaire est  $(0,1011)_2$ .

- La représentation de 12,6875 en binaire est  $(1100,1011)_2$

**Exemple 3:**

Convertissons les nombres suivant en binaire :

1. 7,09375 .....      2. 13,325 .....

## II. Représentation des décimaux

### 1. Notation scientifique

- **En notation décimale**, elle consiste à exprimer le nombre sous la forme  $\pm a \times 10^n$  ou  $\pm$  est appelé signe,  $a$  est un nombre décimal de l'intervalle  $[1; 10[$  appelé mantisse (ou significande) et  $n$  est un entier relatif appelé exposant.

$-105,745 = \dots\dots\dots$        $0,0745 = \dots\dots\dots$

- **En notation binaire**, tout nombre s'exprime sous la forme  $\pm m \times 2^p$  ou  $\pm$  est appelé signe,  $m$  est un nombre décimal de l'intervalle  $[(1)_2; (10)_2[$  appelé mantisse et  $p$  est un entier relatif appelé exposant.

$1011,0111101 = \dots\dots\dots$        $-0,0000001101 = \dots\dots\dots$

### 2. Représentation des nombres à virgule en binaire sur $n$ bits

 **Méthode 1 :**

On utilise la notation scientifique en binaire  $\pm m \times 2^p$ .

Pour une représentation sur 32 bits,

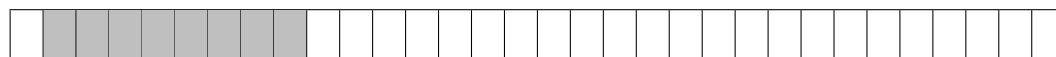
- le bit de poids fort (à gauche) donne le signe de 0 pour positif et 1 pour négatif.
- les 8 bits suivants pour l'exposant, on représente l'entier relatif  $p$  par  $p + 127$  (avec  $p < 128$ ).
- les 23 bits suivants pour partie après la virgule de la mantisse.

 **Exemple 4:**

La représentation en binaire sur 32 bits de 1011,0111101 est :



et celle de  $-0,0000001101$  est :



 **Exemple 5:**

Trouvons les nombres décimaux représentés par :

$110100011010010011110000011100000 \dots\dots\dots$

$00100001111010011100101011000000 \dots\dots\dots$

**Par convention :**

- Il y a deux zéro, un positif et un négatif :  $\pm 00000000 00000000000000000000$
- L'infini est codé par :  $\pm 11111111 00000000000000000000$
- NaN : not a Number :  $\pm 11111111 01000000000000000000$

 **Exercice 1**

1. Comment est représenté l'entier 7? et le nombre à virgule 7,0?
2. Sur 32 bits, quel est le plus grand nombre possible? le plus petit? le plus petit positif?
3. Sur un représentation sur 64 bits (1 pour le signe, 11 pour l'exposant ( $n + 1023$ ) et 52 pour la mantisse)
  - a. Comment est représenté le nombre  $2^{-1022}$  (environ  $2.225 \dots \times 10^{-308}$ )
  - b. A combien de décimales environ correspondent 52 chiffres binaires après la virgule?