

❄ Chapitre 24 ❄

Algorithmique

I. Quelques rappels

1. Qu'est-ce qu'un algorithme ?

❄ **Définition 1:**

Un algorithme est un enchaînement d'étapes ou d'instructions à effectuer dans un certain ordre et dont la réalisation va permettre la résolution d'un problème donné.

Le mot algorithme vient du nom du mathématicien persan al-Khuwārizmī (début du IX^e siècle). Dans un livre, il décrivait des procédés de calcul à suivre étape par étape pour résoudre des problèmes ramenés à des équations.

Un algorithme doit être lisible par tous. On l'écrit en langage courant.

Un des intérêts est de pouvoir coder un algorithme dans un langage informatique afin qu'une machine (ordinateur, calculatrice ...) puisse l'exécuter rapidement et efficacement.

2. Qu'est-ce qui constitue un algorithme ?

- Un début et une fin* Les algorithmes sont constitués d'un nombre fini d'étapes à exécuter dans un ordre bien défini, on peut donc considérer qu'il y a un début et une fin.
- Des instructions* Durant l'enchaînement des étapes, ces étapes vont agir.
On va les appeler des instructions.
- Des variables* Durant l'exécution d'un algorithme, on va avoir besoin de stocker des données, voire des résultats. Pour cela on utilise ce qu'on appelle des « variables ». Le contenu d'une variable peut être modifié au cours du déroulement de l'algorithme.

3. Comment analyser un algorithme ?

Analyser ce que fait un algorithme revient à construire un « tableau d'étapes ».

❄ **Définition 2:**

Un tableau d'étapes contient en première ligne (ou colonne) toutes les variables et dans les lignes (ou colonnes) suivantes toutes les étapes d'exécution (dans l'ordre) des instructions de l'algorithme.

🍃 **Exemple 1:**

On donne l'algorithme suivant où A et B désignent deux nombres réels :

- Calculer $A + 2B$ et remplacer B par le résultat obtenu (on notera $B \leftarrow A + 2B$)
- Calculer $B - A$ et remplacer A par le résultat obtenu (on notera $A \leftarrow B - A$)

1. Quelles sont les variables ?
2. Faire fonctionner cet algorithme avec $A = 8$ et $B = 5$, en remplissant le tableau suivant :

	Contenu de A	Contenu de B
Entrée	8	5
Étape 1		
Étape 2		

3. Essayer avec d'autres valeurs du couple (A, B) .

	Contenu de A	Contenu de B
Entrée		
Étape 1		
Étape 2		

4. Quelle valeur est contenue dans A à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Justifier.

II. Découvrir l'affectation

L'affectation consiste à attribuer une valeur à une variable.

En langage courant, on écrit : Affecter à *variable* la valeur *valeur* ou *calcul*.

Par exemple : Affecter à A la valeur 5.

On utilisera la notation suivante par la suite : $A \leftarrow 5$.

Exercice 1 :

On considère l'algorithme suivant où A désigne un nombre entier relatif :

ligne 1	$B \leftarrow 5$
ligne 2	$C \leftarrow A \times B$
ligne 3	$A \leftarrow C + 4$

- Quelle est la valeur de C à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque $A = 3$?
 - Même question lorsque $A = 10$.
- Quelle est la valeur de A à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque $A = 8$?
 - Même question lorsque $A = -7$.
- Quelle valeur faut-il saisir au départ pour obtenir $A = 59$ en sortie à la fin de l'exécution de l'algorithme?

Exercice 2 :

Un commerçant accorde une remise sur des articles. On souhaite connaître le montant de la remise en euros.

Voici un algorithme donnant la solution au problème :

A désigne le prix de départ et P la pourcentage de remise.

ligne 1	$R \leftarrow A \times \frac{P}{100}$
---------	---------------------------------------

- Quelle est la valeur de R à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque $A = 56$ et $P = 30$?
 - Donner une interprétation concrète du résultat précédent.
- Même question avec $A = 13$ et $P = 45$.
- Compléter l'algorithme pour déterminer également le prix à payer B .
- Quelles sont les valeurs de R et B à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque $A = 159$ et $P = 24$?
 - Donner une interprétation concrète des résultats précédents.

Exercice 3 :

On considère l'algorithme suivant où x désigne un nombre réel :

ligne 1	$a \leftarrow x^2 + 1$
ligne 2	$b \leftarrow 2a - 3$

Faire fonctionner l'algorithme en complétant le tableau qui suit.

Valeur de x avant l'exécution de l'algorithme	3	4	7	10	20
Valeur de a après l'exécution de l'algorithme					
Valeur de b après l'exécution de l'algorithme					

Exercice 4 :

On considère l'algorithme suivant :

ligne 1	$x \leftarrow 2$
ligne 2	$a \leftarrow x - 1$
ligne 3	$b \leftarrow 2a$
ligne 4	$c \leftarrow \frac{b}{2}$
ligne 5	$d \leftarrow c + 2$

- Quelle est la valeur de d à la fin de l'exécution de l'algorithme?
- Même question dans les cas suivants : on modifie la ligne 1 et on affecte à x les valeurs -4 ; 0 ; 5 ; 10 et 11 .
 - Que constate-t-on? Démontrer ce résultat.

Exercice 5 :

Rédiger un algorithme utilisant au moins 3 variables et dont le résultat est le triple du nombre saisi au départ.

III. Programmer l'affectation

Syntaxe des instructions utiles dans cette fiche :

Langage naturel	Python
Affecter à A la valeur 5	A = 5
Saisir x	def nom_fonction(x) Dans la console, on écrira : nom_fonction(...)
Afficher A	return A si une fonction a été définie comme ci-dessus
Afficher A	print(A)

** permet d'écrire en exposant. Par exemple, pour x^2 , on écrit $x**2$.

Exercice 1 :

On considère l'algorithme suivant où A désigne un nombre réel :

ligne 1	$A \leftarrow 2$
ligne 2	$B \leftarrow 2 \times A$
ligne 3	$C \leftarrow B^2$

Cet algorithme peut se traduire en langage de programmation Python :

```

1 A = 2
2 B = 2*A
3 C = B**2
4 print(C)
    
```

1. Quelle valeur de C obtient-on à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
Vérifier en saisissant le programme sur Python.
2. Modifier le programme en affectant à A la valeur 4 et en affichant également la valeur de B en sortie.
Tester le programme et noter les valeurs obtenues en sortie.
3. Modifier la première ligne du programme pour obtenir C = 25 en sortie.

Exercice 2 :

1. Programmer avec Python chacun des algorithmes suivants. On recopiera les programmes saisis sur la copie.

ligne 1	$A \leftarrow 7$
ligne 2	$B \leftarrow 6 \times A$
ligne 3	$C \leftarrow A + B$
ligne 4	$D \leftarrow B - C$
ligne 5	Afficher D

ligne 1	$M \leftarrow 2$
ligne 2	$N \leftarrow 4$
ligne 3	$A \leftarrow M \times N$
ligne 4	$B \leftarrow M + N$
ligne 5	$C \leftarrow A/B$
ligne 6	Afficher C

ligne 1	$A \leftarrow -1$
ligne 2	$B \leftarrow 6$
ligne 3	$C \leftarrow B^A$
ligne 4	$D \leftarrow C^A$
ligne 5	Afficher C
ligne 6	Afficher D

2. Quelle(s) valeur(s) obtient-on en sortie pour chaque programme ?

Exercice 3 :

1. a. Saisir et exécuter le programme Python ci-dessous.

```

1 def equation(x):
2     f = x**2-5
3     g = -3*x**2+8*x+7
4     return f,g
    
```

- b. Depuis la console, saisir `equation(0)`. Qu'obtient-on en sortie ?
 - c. Donner une interprétation des résultats obtenus en sortie.
2. À l'aide du programme, calculer les images de $f(x) = x^2 - 5$ et $g(x) = -3x^2 + 8x + 7$ pour toutes les valeurs entières de x de 1 à 10.